PROCESSAMENTO DE SINAIS ACÚSTICOS UTILIZANDO TRANSFORMADA WAVELET

GLÓRIA MARIA FONSECA GALANTE
gloriam@omega.lncc.br
JULES GHISLAIN SLAMA
jules@serv.com.ufrj.br
COPPE - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
PROGRAMA DE ENGENHARIA MECÂNICA
Cidade Universitária - Ilha do Fundão - Centro de Tecnologia,
Bloco G sl. 204 - Rio de Janeiro, RJ

ANGELO MAIA CISTER
cister@cos.ufrj.br
EMBRATEL
Rua da Assembléia, 10 sl. 2222 - Rio de Janeiro, RJ
&
COPPE - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
PROGRAMA DE ENGENHARIA DE SISTEMAS
Cidade Universitária - Ilha do Fundão - Centro de Tecnologia,
Bloco H sl. 319 - Rio de Janeiro, RJ

Abstract

Our goal in this paper is to present a new mathematics tool called Wavelet Transform or Time-Frequency Analysis. We try to show both the pros and cons of this new tool against the secular Fourier Transform.
At the end of this paper the reader will be able to understand the fundamental ideas of Wavelet Transform and how this idea has spread among academics.
To motivate the reader, the first sections talks about a model that we have assumed as being easy to be implemented. In our model we have imagined any musician or any music lover that inputs the signal (music) in the computer and the computer runs the pre-processing by WT and a Neural Network recognises the pattern and the output will be the score. This kind of work already exists but it works with Fourier Transform.
We wrote a section that talk about the history of WT, its mainly mentor and other famous mathematicians who have been working with this modern tool.
Finally, we will show the necessary calculus to understand WT, but in a simple way with no hard equations. Further on we show, in a general sense, the Uncertainty Principle, which governs the size of the window. In particular, it will be observed in this article that the time-frequency, window of any Short-Time Fourier Transform is rigid, and is not very effective for detecting signals with high frequencies against WT, which presents a variable window and is capable of detecting any kind of frequency even in non-stationary signals or better, in non-continuous function.

I. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar aspectos de uma análise tempo/tempo-freqüência de sinais através da utilização da Transformada Wavelet. É realizada, também, uma comparação com a análise tempo/freqüência obtida através da Transformada de Fourier.

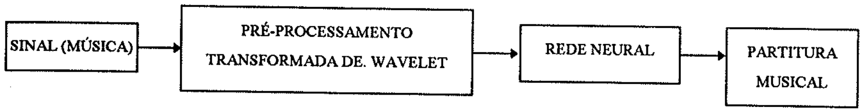
A motivação que originou este trabalho foi a observação de situações que acontecem no dia-a-dia do músico, ou de um melômano, que deseje levantar a partitura de uma peça musical; ou criar uma composição sem ter a preocupação de parar a cada instante para escrever as notas musicais.

Estas operações podem vir a ser viáveis do computador, que, ao receber como entrada a peça musical, de um único instrumento, procede o pré-processamento do sinal (a música), utilizando as transformadas citadas anteriormente, e em seguida, executa o reconhecimento de cada uma das notas musicais que integram a composição. Este reconhecimento é feito por uma rede neural previamente treinada.

O tipo de rede utilizado e como é feito seu treinamento ou como ela efetua o reconhecimento das notas não fazem parte do escopo deste trabalho, mas sim, o pré-processamento, como poderá ser efetuado e quais as vantagens e desvantagens em usar Transformada Wavelet ou Transformada de Fourier.

Como proceder?

A idéia, de modo geral, é bastante simples. Basta que tenhamos como entrada o sinal, a peça musical, feita via teclado musical ou tape-deck (aqui, mais uma vez, admitimos uma peça musical executada por um único instrumento), e que o computador possua um software residente que execute um pré-processamento do sinal e que sua saída seja a informação necessária para o reconhecimento das notas, através de uma rede neural. A figura abaixo ilustra o processo.



Por que fazer um pré-processamento?

A dificuldade principal em se trabalhar no domínio temporal é o chamado alinhamento temporal (time-warping), onde determinados sinais que contenham a mesma informação, possam ser analisados em tempos diferentes. Por isso a necessidade da troca do domínio temporal para o domínio frequencial, isto é, alguma espécie de transformada é necessária para analisar o sinal na freqüência para eliminação desta espécie de problema, ou seja, os padrões iguais (templates) possuem semelhanças entre si, com isso a probabilidade do reconhecimento é muito grande.

II. ANÁLISE DO SINAL

Histórico

A Transformada de Fourier foi desenvolvida ainda no século XIX. Desde então, a Transformada de Fourier tem sido usada como o principal instrumento para análise de sinais tendo se tornado o carro chefe para a moderna técnica de análise de sinais e tem se mostrado incrivelmente versátil. Além disso, qualquer sinal suficientemente bem comportado pode ser escrito como uma combinação infinita de funções senoidais e cosenoidais.

Todavia, tal transformada sofre certas limitações, por exemplo, sinais transientes ou que apresentem algum tipo de descontinuidade não se comportam de maneira adequada para esse tipo de análise.

Na tentativa de se suprir estes problemas, outras técnicas surgiram, entre elas a Transformada de Fourier de Janela Deslizante (Short-Time Fourier) e a Transformada Wavelet, sendo que esta última será o tema central deste trabalho.

A transformada Wavelet "TW" (WAVELET) é uma técnica recente de processamento de sinal introduzida por J. Morlet, geofísico francês, que em meados dos años 80, desenvolveu esta técnica a partir dos estudos de Gabor, que introduziu pela primeira vez uma gaussiana como janela deslizante (função analisante).

O campo de aplicação da TW é muito extenso e se estende ao processamento de medidas em mecânica dos sólidos (choques, vibrações, transientes) ou em mecânica dos fluídos (turbulência, escoamentos multifásicos, acústica, etc); na área biomédica (eletroencefalogramas e eletrocardiogramas); análise de imagens; processamento de sinais e geofísica.

Outros matemáticos de renome mundial também vêm desenvolvendo trabalhos utilizando a TW como instrumento poderoso para suas pesquisas. Entre estes podemos citar Yves Meyer (com seus estudos em análise harmônica), Sthefane Mallat, Ingrid Daubechies e outros.

III. TÉCNICAS DE ANÁLISE

Transformada de Fourier

Sinais temporais são analisados frequentemente por meio da Transformada de Fourier que estabelece uma correspondência biunívoca entre o domínio temporal e o frequencial.

A Transformada de Fourier (TF) é dada pela expressão:

$$\hat{S}(f) = TF[s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (1)$$

onde s(t) é o sinal que está sendo analisado e TF é uma função da freqüência f.

Além da correspondência biunívoca entre os domínios temporal e frequencial, a TF pode ser considerada como uma medida de quanto um sinal s(t) é "semelhante" às funções teste $\cos(2\pi ft)$ (parte real) e $\mathrm{sen}(2\pi ft)$ (parte imaginária) já que, a cada freqüência, a TF é igual ao valor médio do produto do sinal pela exponencial complexa.

Visto sob este ângulo, devido a média ser tomada sobre um intervalo de tempo $(-\infty,+\infty)$, a TF apresenta o inconveniente de não permitir identificar (localizar no tempo) uma semelhança do sinal com a função teste, se essa semelhança está limitada a um intervalo pequeno de tempo (Figura 1).

Concluindo, a TF não se adapta bem à análise de sinais não estacionários. Como exemplo, podemos citar a TF de um Delta de Dirac (função impulso) que apresenta um espectro de amplitude constante, se estendendo de $-\infty,+\infty$. A partir da TF do Delta de Dirac não é possível localizar diretamente a sua posição temporal.

Para suprir esta deficiência, surgiu a técnica da Transformada de Fourier de Janela Deslizante (TFJD), descrita a seguir.

Transformada de Fourier de Janela Deslizante

A TFJD é uma representação tempo/freqüência de um sinal temporal e apresenta as seguintes características:

- o sinal a ser analisado é ponderado por uma função janela de suporte finito (a função possui valores nulos fora de um determinado intervalo);
- o sinal ponderado é submetido à TF que fornece um espectro associado ao instante de aplicação da janela; e,
- a janela é deslocada sobre o sinal e o processo de análise é recomeçado.

Deste modo, a TFJD fornece uma sucessão de espectros que permitem acompanhar a evolução do conteúdo frequencial do sinal e, portanto, perceber dentro de uma certa medida, as não estacionaridades do sinal, quando presentes (Figura 2).

A TFJD é uma função do tempo e da freqüência e é expressa por:

$$S_j(t,f) = TFJD[s(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} s(t') j(t'-t) e^{-i2\pi ft'} dt' \quad (2)$$

onde j(t'-t) é a função janela deslizante.

Podemos observar que a expressão (2) expressa uma convolução do sinal s(t) com a janela $j(t)e^{-i2\pi ft}$.

Ainda que útil, a TFJD apresenta certos incovenientes, como:

- não existe transformada inversa (senão por partes);
- as informações de fase entre os espectros são perdidas;
- conduz frequentemente a uma amostragem muito densa do sinal temporal para permitir perceber flutuações rápidas do conteúdo frequencial; e,
- ela não permite uma localização temporal equilibrada para todas as freqüências.

O efeito da média temporal sobre um intervalo de tempo considerado introduz um "bias" na localização temporal das "freqüências instantâneas", tanto maior quanto a freqüência de análise aumenta.

Durante a duração da janela, na medida de "semelhança" entre o sinal temporal e a função teste, a freqüência sobre um número de oscilações é diferente da função teste.

Transformada Wavelet

A Transformada Wavelet (TW) resulta da preocupação de se obter um equilíbrio entre a localização temporal e a localização frequencial do sinal. Ela é uma transformação tempo/freqüência e tem por objetivo identificar, no domínio temporal, o conteúdo frequencial de um sinal. Tal abordagem é muito útil na análise de sinais não estacionários ou transientes (Figura 3).

A preocupação de Morlet foi obter uma função teste (função analisante ou wavelet) que permitisse uma localização equilibrada, que não privilegiasse um domínio em detrimento do outro, o que significa (visto sob o ângulo da medida de "semelhança" do sinal com a função teste) que a função teste deve ser localizada no tempo e ter a mesma morfologia qualquer que seja a freqüência e que independente de sua forma, ela deve possuir sempre o mesmo número de oscilações no domínio temporal. Isto é obtido fazendo-se a janela, além de ser deslizante, ter sua largura "a" alterada de modo a manter o mesmo número de oscilações, independente de qual faixa de freqüência está sendo analisada.

A TW é expressa por:

$$S(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) g\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

onde a função g é chamada função analisante ou wavelet.

As wavelets são funções simples que permitem uma representação simples, eficaz e robusta dos mais diversos sinais através da TW, que pode ser interpretada como uma decomposição em série do sinal, sendo as wavelets a base para esta decomposição.

Morlet utilizou uma gaussiana multiplicada por uma função harmônica complexa como janela, dada pela fórmula a seguir:

$$g(t) = e^{-t^2/2} . e^{-i2\pi f_0 t}$$

Posteriormente, trabalhos de matemáticos (Y. Meyer e P. G. Lemaire, entre outros) permitiram mostrar que existem outras formas de wavelets que possuem propriedades de ortogonalidade que as de Morlet não possuíam.

Propriedades da TW

A TW apresenta algumas propriedades importantes descritas a seguir:

a) Linearidade:
TW[αs(t) +βy(t)] = αTW[s(t)] +βTW[y(t)]
b) Translação no tempo:
Se TW[s(t)] = S(a,b) , então:
TW[s(t-t₀)] = S(a,b-t₀)

c) TW em freqüência:

$$S(a,b) = a^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi bf} \hat{G}(af)\, \hat{S}(f)\, df$$

d) Relação de Energia da TW:
A energia do sinal na TW é dada por:

$$E = \frac{1}{c_g} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |S(a,b)|^2 \frac{1}{a^2} da db$$

onde c_g é uma constante positiva definida por:

$$c_g = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{G}(af)\, \hat{G}^*(af)}{a} da$$

e) TW Inversa:
A TW admite uma transformada inversa, porém não de forma biunívoca, isto é, existem várias fórmulas de reconstrução do sinal. Abaixo é dada uma delas:

$$s(t) = \frac{1}{c_g} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(a,b)}{a^{3/2}} g\left(\frac{t-b}{a}\right) da db$$

PRINCÍPIO DA INCERTEZA

Neste momento, vale a pena "abrirmos um parênteses" para a definição de alguns parâmetros importantes no tratamento de sinais não estacionários.

Consideremos uma função analisante g(t) simétrica, de suporte finito e que tenda rápidamente para zero em seus extremos.

Define-se por t_c o centro temporal da wavelet g(t) e por Δ_g seu comprimento radial, ambos dados por:

$$t_c = \frac{1}{|2\pi f|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |g(t)|^2 dt$$

$$|\Delta_g|^2 = \frac{1}{|2\pi f|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_c)^2 |g(t)|^2 dt$$

Desde que Δ_g corresponde ao raio da função analisante, temos que a largura da wavelet é dada por $2\Delta_g$.

Sendo assim, a transformada Wavelet, dada por (3), localiza o sinal s(t) com uma janela no tempo situada no intervalo:

$$[b+at_c-a\Delta_g,\ b+at_c+\Delta_g] \tag{4}$$

e centrada em $b+at_c$ com largura de $2a\Delta_g$. A isto denominamos *localização no tempo* do sinal s(t).

Suponhamos, agora, que a transformada de Fourier da função analisante dada por $\hat{G}(f)$ tenha seu centro frequencial em f_c e raio $\Delta_{\hat{G}}$.

Consideremos a função analisante $\hat{G}_1(f)$ dada por:

$$\hat{G}_1(f) = \hat{G}(f - f_c)$$

Assim sendo, a transformada Wavelet de um sinal $\hat{S}(f)$ se torna:

$$S(a,b) = a^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi bf} \hat{S}(f)\, \hat{G}_1(af)\, df = a^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi bf} \hat{S}(f)\, \hat{G}\left(a\left(f - \frac{f_c}{a}\right)\right) df \tag{5}$$

A transformada Wavelet dada por (5) localiza a informação do espectro $\hat{S}(f)$ do sinal s(t) com uma janela na freqüência situada em:

$$\left[\frac{f_c}{a} - \frac{1}{a}\Delta_{\hat{G}}, \frac{f_c}{a} + \frac{1}{a}\Delta_{\hat{G}}\right] \tag{6}$$

cujo centro está em f_c/a e com largura $2\Delta_{\hat{G}}/a$. Isto é chamado *localização na freqüência*.

Ao combinarmos as quantidades (4) e (6) para uma análise tempo-freqüência usando a transformada Wavelet, obtemos a janela:

$$[b+at_c-a\Delta_g,\ b+at_c+\Delta_g] \times \left[\frac{f_c}{a} - \frac{1}{a}\Delta_{\hat{G}}, \frac{f_c}{a} + \frac{1}{a}\Delta_{\hat{G}}\right]$$

cuja largura é constante e igual a $4\Delta_g\, \Delta_{\hat{G}}$.

O resultado acima monstra a diferença principal entre a TFJD e a TW. Na primeira são usadas janelas de largura constante porém com freqüências variáveis. Deste modo, a localização temporal é constante para qualquer freqüência analisada. Assim, sinais com variações menores que a resolução temporal dada por esta localização não são detectados.

Já na TW, ao se variar a largura da função analisante no tempo, altera-se sua localização temporal, alterando-se também a localização frequencial, de modo que a área da janela permanece constante independente da freqüência analisada, sendo que para altas freqüências temos uma largura temporal estreita e vice-versa.

Conclusão

Foi apresentada uma proposta de trabalho envolvendo a transformada Wavelet como elemento de pré-processamento para a escrita automática da partitura. Esta transformada já foi utililzada em outra oportunidade em Acústica Musical para análise e modificação de sinais musicais nos laboratórios do LM, Marseille, e esperamos que a associação desta transformada com a utilização de redes neurais permita enriquecer ainda mais as ferramentas a disposição do músico.

Referências

Bonaldo, André Vinicius (1993). *Transformada Ondelete, Algoritmo Baseado na Transformada Rápida de Fourier*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ - Programa de Engenharia Mecânica.

Daubechies, Ingrid (1990). The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5), 961-1005.

Kroland-Martinet, R. (1984). *Analysis of Sound Pattern trough Wavelets Transforms.*

Schlegel, R. (1989). *Post-Traitement de Resultats d'Essais et de Calcul par la Methóde des Ondelettes.* 26º Colloque d'Aérodynamique Appliquée - Toulose.

Slama, Jules Ghislain. *Ondelettes - La Transformée on Ondelettes Continue*. Notas de aula.

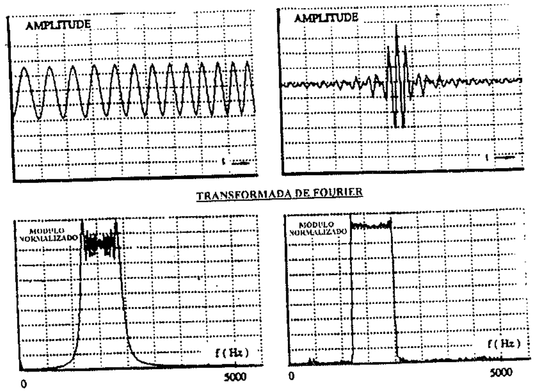


FIGURA 1

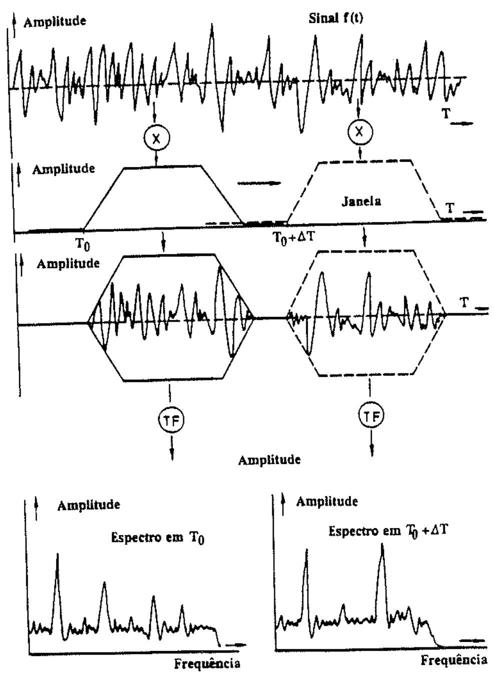
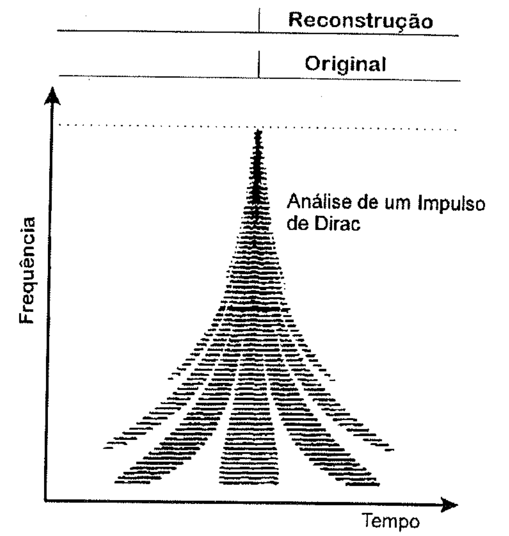
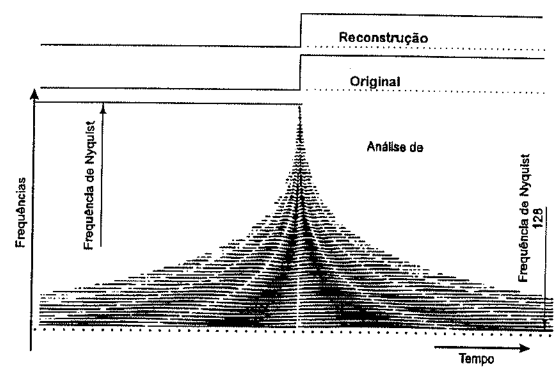


FIGURA 2



(a)



(b)

FIGURA 3