Um modelo computacional das teorias de Edmond Costère e da Teoria de Conjuntos implementado em uma ferramenta analítica em PHP

Prof. Dr. Marcus Alessi Bittencourt

Universidade Estadual de Maringá,
Centro de Ciências Humanas Letras e Artes,
Curso de Graduação em Música,
Av. Colombo, 5790 - Bloco G-34, sala 101,
87020-900 - Maringá, PR - Brasil.

mabittencourt@uem.br

Abstract. *This paper presents a computational model in PHP of the theories by Edmond Costère (Costère, 1954) combined to Set-Theory (Forte, 1973 and Rahn, 1980) and implemented in the form of an analytical calculator available to the community in the internet as an HTML page. Such a tool allows quick access to the diagnostics generated by the computational model by means of an HTML page containing a printable form with a concise and clear data visualization. This HTML interface is presented and its operation is explained step by step together with the implementation of the computational model used. The applications of such a tool are discussed in detail and tetrachords from the piece Op. 33a by Arnold Schoenberg are analyzed by the calculator as an exemplification of the process.*

Keywords: Music Analysis, Set-Theory, Edmond Costère.

Resumo. *Este artigo apresenta uma modelagem computacional em PHP das teorias musicais analíticas de Edmond Costère (Costère, 1954) combinadas à Teoria Musical dos Conjuntos (Forte, 1973 e Rahn, 1980) e implementada na forma de uma calculadora analítica disponível à comunidade pela internet como uma página em HTML. Tal ferramenta permite o rápido acesso aos diagnósticos analíticos gerados pelo modelo computacional por meio de uma página de HTML contendo um formulário conciso e de fácil visualização e impressão. Esta interface em HTML é apresentada e seu funcionamento explicado passo a passo conjuntamente com a implementação do modelo computacional utilizado. As utilidades de tal ferramenta são discutidas em detalhe e tetracordes tirados da peça Op. 33a de Arnold Schoenberg são analisados pela calculadora a título de exemplo.*

Palavras-chave: Análise Musical, Teoria de Conjuntos, Edmond Costère.

1. Introdução.

1.1. Sobre as teorias de Costère.

As teorias musicais do musicólogo francês Edmond Costère, pseudônimo do eminente magistrado da Suprema Corte francesa Edouard Coester (1905-2001), apesar de serem em grande parte desconhecidas do meio acadêmico mundial, nunca deixaram de fascinar e intrigar, tanto positivamente como negativamente, os poucos que a conhecem. O objetivo geral da obra de Costère consiste na tentativa de formular uma teoria geral da música que, embasada em pressupostos físicos sonoros e supostamente universais e irrefutáveis, serviria para explicar o fazer musical de todas as épocas e culturas, demonstrando assim a inexistência de uma real ruptura técnica entre a música do passado e a do presente. Apesar da multiplicidade de estilos musicais possíveis, Costère observava a existência de algo objetivo, físico-acústico e não cultural, subjetivo, capaz de gerar relações de polarização, de atração entre alturas, um princípio sempre ativo nas sonoridades. Costère formalizou e quantificou esta idéia na forma de sua **Lei da Atração Universal** que estabelece que as menores distâncias entre dois pontos representam as passagens de escoamento principais das forças de atração sonora. Desta maneira, cada altura-classe dada teria cinco atratores chamados de **notas cardinais**, a saber: ela própria, as quintas justas ascendente e descendente (o menor caminho no sentido da série harmônica) e as duas alturas adjacentes (o menor caminho no sentido da escala), que podem variar de acordo com o temperamento usado e que traduzem-se nos semitonos ascendente e descendente no nosso sistema ocidental de temperamento igual com doze notas por oitava. Utilizando este raciocínio, dada uma coleção hipotética de alturas-classe X, a **densidade de atração** (de polarização) de cada altura-classe do universo cromático, quer esta pertença ou não a esta coleção X dada, é calculada como sendo o número das notas cardinais desta altura-classe que existir na coleção dada (ver fig. 3). Da mesma forma, dada uma coleção hipotética de alturas-classe X, calcula-se a densidade de atração de uma outra coleção de alturas-classe Y somando-se as densidades individuais de cada altura-classe constituinte desta coleção Y.

A partir deste princípio, Costère desenvolve um extenso sistema de classificações e diagnósticos analíticos de todas as combinações harmônicas possíveis no temperamento igual ocidental, reduzindo o número destas a 351 tipos por meio de relações de equivalência transposicional. Refutáveis ou não, os livros de Costère promovem uma reflexão aguda sobre o fazer musical, em especial o do século vinte, e são apresentados com uma desenvoltura e lógica fascinantes em uma prosa apaixonada e de deliciosa leitura. No Brasil, o interesse nas teorias de Costère tem principal origem na figura do compositor Willy Corrêa de Oliveira e no núcleo de seus alunos e ex-alunos, dos quais eu mesmo faço parte confirmando a regra. Foge ao escopo deste artigo defender, refutar ou explicar em detalhe as teorias de Costère, o que seria uma tarefa demasiadamente extensa. Para isso, o leitor deve referir-se aos próprios textos de Costère (Costère, 1954 e 1962) e aos trabalhos de Marisa Ramires (Ramires, 2001) e Brian Ellard (Ellard, 1973). Sobre a polêmica em torno da aceitação das teorias de Costère, é possível encontrar um pequeno material curioso em edições da década de 60 do periódico Music & Letters (W., J.A., 1963 e Vale, 1964) comentando o então recém-publicado *Mort ou Transfigurations de l'Harmonie* (Costère, 1962). Ainda assim, minhas explicações que seguirão sobre o funcionamento da calculadora analítica hão de fornecer uma razoável introdução ao pensamento de Costère e permitir um vislumbre de suas possibilidades.

1.2. Sobre a Teoria de Conjuntos e sua associação à teoria de Costère.

Sobre a Teoria Musical dos Conjuntos, esta dispensa aqui uma maior apresentação por sua extensa divulgação e utilização no meio acadêmico musical (Forte, 1973) (Rahn, 1980) (Straus, 1990) (Oliveira, 1998) (Perle, 1968). Talvez surpreenda aqui a sua utilização ao lado dos princípios de Costère, mas o fato é que é uma preocupação comum às duas teorias a idéia de enxergar semelhanças e equivalências entre sonoridades com a finalidade de criar tipologias destas, o que é a base para um processo de redução do número de combinações de alturas ao menor número possível de tipos básicos. Brian Ellard (Ellard, 1973) já havia comparado em sua tese de doutorado teorias contemporâneas as mais diversas, como as de Costère, Forte, Perle, Messiaen (Messiaen, 1944), Hindemith (Hindemith, 1945), Slonimsky (Slonimsky, 1947) e Hanson (Hanson, 1960), apontando suas semelhanças e diferenças de uma maneira extremamente lúcida e construtiva.

2. O projeto de uma calculadora analítica.

O estudo das propriedades combinatórias e de equivalência entre diversas coleções de alturas, grafando seus fluxos de atração e seus potenciais de invariância sob processos de transposição e inversão tornou-se uma tarefa importantíssima tanto para meu trabalho como analista e professor como para meu trabalho como compositor. Apesar de não vir ao caso os teores de uso ou benefício que extraio destes estudos, é suficiente dizer aqui como justificativa para este projeto que senti uma necessidade premente de construir uma ferramenta computacional capaz de realizar todos os cálculos analíticos de que eu necessitava, que apesar de não serem tão complexos do ponto de vista dos matemáticos são certamente entediantes e dispendiosos do ponto de vista dos músicos. Também era imperativo o acesso, de maneira rápida e clara, às interpretações e diagnósticos feitos a partir da análise dos dados levantados. A simples consulta às "Table Synoptique des 351 Échelonnements" e "Tableaux Analytiques des Échelonnements" do "*Lois et Styles*" de Costère (Costère, 1954) ou às tabelas dos livros de Straus (Straus, 1990) ou Forte (Forte, 1973), não providencia um acesso muito conveniente ao estudo de coleções de altura-classe.

Para implementar tal projeto, escolhi o PHP e o HTML para que a calculadora fosse absolutamente multi-plataforma e terminasse acessível a toda a comunidade musical pela internet sem a necessidade de instalação de um software especial, bastando apenas o software navegador normalmente pré-existente em qualquer computador. Para uma boa introdução ao HTML e ao PHP, ver (Musciano & Kennedy, 2000) e (Lerdorf & Tatroe, 2002), respectivamente.

A tradução para o português das terminologias inglesas da Teoria de Conjuntos e das francesas das teorias de Costère também impuseram algumas dificuldades, principalmente por meu desacordo com algumas das traduções no excelente livro de Marisa Ramires (Ramires, 2001). Mesmo assim, produzi duas versões do programa em PHP, uma em inglês e a outra em português, ambas disponíveis no endereço eletrônico "http://www.dtp.uem.br/musica/Costere".

A seguir descreverei a interface da calculadora analítica, ao mesmo tempo explicitando os processos e análises realizados na construção da página-interface em HTML pelo programa em PHP. Como é sabido, quando o arquivo PHP (que fica escondido do usuário no lado do servidor) é requisitado via internet, o servidor executa as instruções deste arquivo, assim manufaturando uma página em HTML que é depois repassada ao usuário. A página-interface em HTML contém formulários e controles para a entrada e envio de dados referentes à coleção de alturas-classe e desta maneira o usuário prossegue controlando os processos analíticos.

3. Descrição da implementação da calculadora.

3.1. Entrada de dados.

O topo da interface (ver fig. 2) apresenta dois formulários HTML para entrada dos dados definidores da coleção analisada. Do lado esquerdo temos a entrada de dados no formato tradicional da Teoria de Conjuntos. No campo "*Centro*" entra-se a altura-classe a ser definida como zero, utilizando-se a nomenclatura inglesa (C, C#, Db, E, etc...). Sobre o quadrado (checkbox) sob o título de "*contra alvo*" falaremos mais tarde (no ítem 3.6). O campo "*Coleção-Fonte*" é utilizado para entrar a coleção de alturas-classe a ser analisada, com as alturas-classe separadas por espaços. Se entrados números maiores do que 11, estes serão revertidos ao número equivalente no cálculo em módulo-doze. Aqui também pode-se utilizar como substitutos de "10" e "11" as letras "t" (ten) e "e" (eleven), respectivamente. Também pode-se aqui entrar notas repetidas, medida conveniente para calcular o efeito de **dobramentos** e **reforços** nas forças de atração gravitacional do sistema. Do lado direito, temos a entrada de dados no formato usado por Costère (como em "*Lois et Styles*", de 1952). No campo "*Código Costère*" entra-se o "**Número Representativo dos Sons Constitutivos**" (Costère, 1952). No campo "*Desvio*" entra-se a transposição em semitonos a partir de Dó do modelo representado pelo código Costère. Para enviar a coleção para análise clica-se no botão "*marcar*" do formulário correspondente.

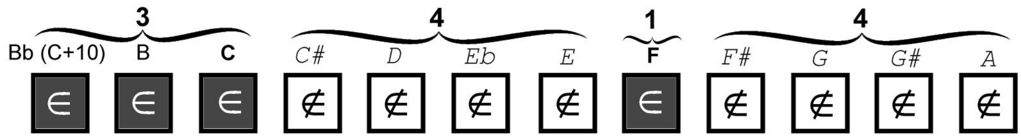


Figura 1 — Exemplificação do "Número Representativo dos Sons Constitutivos", 34 14 (com desvio = 10), do tetracorde inicial, {0 5 10 11} (considerando-se Dó = 0), da peça para piano Op. 33a de Arnold Schoenberg.

A partir dos dados introduzidos será feita a visualização e análise da coleção entrada. A visualização é feita por um mosaico de imagens em tipo PNG montado em formato de tabela HTML e mostrando a notação musical da coleção entrada. Como convenção, as notas acidentadas são enharmonizadas sempre como C#, Eb, F#, G# e Bb, apesar de ser possível a entrada de dados do campo "*Centro*" em outras enharmonizações. A entrada de dados em formato da Teoria de Conjuntos implicará na tradução automática da coleção em formato Costère e seu auto-preenchimento no formulário correspondente. O inverso acontece se a entrada de dados for em formato Costère. Tal tradução automática promove a primeira conveniência fornecida pela calculadora.

Após a entrada dos dados, o modelo computacional calculará internamente as tabelas de densidades e construirá uma database de matrizes contendo valores numéricos relativos a presença e quantidade de alturas-classe, densidades individuais de alturas-classe, densidades de tríades perfeitas, entre outras. Estas matrizes representam e quantificam o estado de todas as forças atrativas (gravitacionais) ativas sobre a coleção entrada.

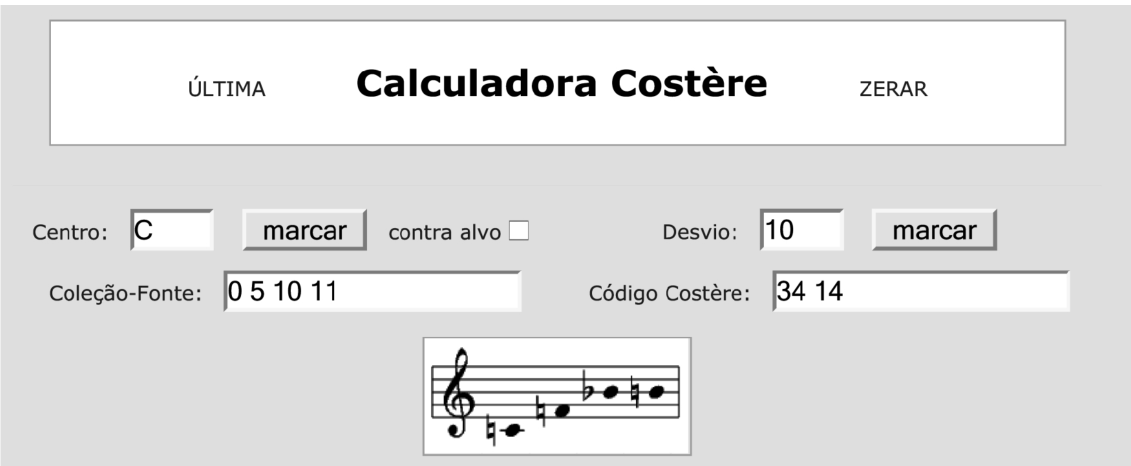


Figura 2 — Área para entrada de dados da interface em HTML com o tetracorde inicial da peça para piano Op. 33a de Arnold Schoenberg como coleção-fonte.

3.2. Visualização das análises.

Abaixo da área de entrada de dados e o mosaico contendo a visualização da coleção (ver figs. 3 e 4), temos uma seção da página-interface em HTML mostrando a análise, os diagnósticos analíticos e outras visualizações dos cálculos executados. Inicialmente apresenta-se, nos mesmos moldes utilizados por Costère, as tabelas de densidades cardinais, tonais maiores e menores-inversas, acondicionadas em uma tabela HTML. Por minha própria conta acrescentei a este rol as densidades tonais menores, traduzidas das densidades tonais menores-inversas como auxílio ao usuário que se sentir confuso com a noção de tríade menor-inversa, ítem controverso da teoria de Costère. Em outras duas tabelas HTML são mostradas as tabelas das densidades transposicionais e das inversionais, esta última tabela também acrescentada por minha própria conta por ser perfeitamente extrapolável a partir da idéia de densidade transposicional.

Na primeira tabela de densidades, a linha com as letras estabelece a altura-classe ou fundamental da tríade a que se referem os números das colunas. A primeira linha de cima mostra a quantidade presente na coleção analisada da altura-classe referida pela coluna. A coluna da extrema esquerda estabelece o tipo de densidade mostrada. Por exemplo, a coluna sob a letra C mostra, de cima para baixo, a densidade cardinal da altura-classe Dó, a densidade da tríade maior construída sobre Dó (Dó-Mi-Sol), a densidade da tríade menor construída sobre Dó (Dó-Mib-Sol) e a densidade da tríade menor-inversa construída sob Dó (Dó-Láb-Fá).

Nas duas tabelas imediatamente abaixo (densidades transposicionais e inversionais) são indicadas as densidades de cada transposição e inversão da coleção dada. As transposições são indicadas com as marcações T_0, T_1, T_3, etc... e as inversões com T_0I, T_1I, T_2I, etc... segundo a nomenclatura preferida por Rahn (Rahn, 1980) para a Teoria de Conjuntos. Em todas estas tabelas, os números entre parênteses referem-se a densidades de alturas-classe ou agrupamentos destas que não pertencem (ou seja, são extrínsecas) à coleção analisada. Como um auxílio à leitura das tabelas, as células contendo os valores de densidade máximos em cada quesito (densidades cardinal, tonal, transposicional e inversional) são reforçadas em cinza-escuro.

Tabela de Densidades:

	1	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*
	C	**C#**	**D**	**Eb**	**E**	**F**	**F#**	**G**	**G#**	**A**	**Bb**	**B**
Cardinal:	**3**	(1	0	1	2)	**3**	(2	1	0	1)	**3**	**3**
Tonal maior:	(6	4	3	5	5	**7**	6	4	4	4	6	6)
Tonal menor:	(5	3	4	6	6	6	4	4	4	6	**7**	5)
Tonal menor-inversa:	(6	4	4	4	6	**7**	5	5	3	4	6	6)
	T_0	**T_1**	**T_2**	**T_3**	**T_4**	**T_5**	**T_6**	**T_7**	**T_8**	**T_9**	**T_{10}**	**T_{11}**
Transposicional:	**12**	(9	5	2	4	9	10	9	4	2	5	9)
	T_0I	**T_1I**	**T_2I**	**T_3I**	**T_4I**	**T_5I**	**T_6I**	**T_7I**	**T_8I**	**T_9I**	**$T_{10}I$**	**$T_{11}I$**
Inversional:	5	2	4	9	10	9	4	2	5	9)	**12**	(9

Figura 3 —Análises do tetracorde inicial da peça para piano Op. 33a de Arnold Schoenberg.

3.3. Visualização das análises segundo a Teoria de Conjuntos.

Abaixo das tabelas (ver fig. 4) temos duas colunas onde são apresentados primeiramente e à esquerda, os resultados de análises de características pertinentes à Teoria de Conjuntos, como a **Forma Normal** (a rotação mais compactada da coleção, do grave para o agudo), tanto a da coleção dada como a de sua inversão, os **tipos T_n e T_nI** a que a coleção pertence (os moldes básicos que representam, respectivamente, o conjunto de todas as transposições da coleção e o conjunto de todas as transposições e inversões da coleção), seu **Vetor Intervalar** (que mostra a quantidade encontrada na coleção de cada intervalo-classe não-direcionado) e a **invariância** da coleção (número de alturas-classe mantidas inalteradas) após operações de transposição e inversão. Cabe aqui marcar que relações de invariância após transposição também eram uma preocupação de Costère, atendida em suas análises pela "**tabela das transposições vicinais**". O cálculo da Forma Normal segue o algoritmo descrito por Allen Forte (Forte, 1973). No entanto, a nomenclatura usada por Forte em sua tabela de coleções é descartada devido à sua incômoda leitura. Aqui preferiu-se a convenção numérica geralmente aceita (Rahn, 1980), marcando-se as coleções com os números das alturas-classe entre chaves para indicar a Forma Normal, entre parênteses para indicar o tipo T_n e entre colchetes para indicar o tipo T_nI. Na tabela de invariâncias por transposição e inversão, as células indicando invariância total são reforçadas em cinza-escuro, como auxílio à leitura.

A seguir são realizados alguns diagnósticos pertinentes tanto à Teoria de Conjuntos como à de Costère, analisando-se a invariância e o conteúdo intervalar da coleção. A coleção será considerada "**de conteúdo intervalar limitado**" se em seu Vetor Intervalar não estiverem presentes todos os tipos de intervalos-classe não-direcionados e será "**de conteúdo intervalar múltiplo**" se ocorrer o contrário. A coleção será "**de transposições limitadas**" se em alguma de suas transposições (excetuando-se a T_0, logicamente) ocorrer invariância total e será "**de transposições ilimitadas**" se não ocorrer invariância total em nenhuma transposição (exceto a T_0). Da mesma maneira, interpreta-se a ocorrência ou não-ocorrência de invariância total por operações de inversão classificando-se a coleção como sendo "**de inversões limitadas**" ou "**de inversões ilimitadas**", respectivamente.

3.4. Visualização de diagnósticos segundo as teorias de Costère.

Nesta mesma área central da interface HTML, mas na coluna da direita, aparecerão diagnósticos sobre a coleção analisada, segundo as teorias de Costère, que são os resultados da interpretação de diversos testes realizados pelo modelo computacional sobre os dados das tabelas de densidades da coleção analisada. A detalhada descrição dos testes realizados servirá aqui certamente como resumo da engenhosa tipologia de características criada por Costère.

3.4.1. Investigação das relações de simetria e reversibilidade.

Se houver ocorrência de invariância total por inversão, a coleção será considerada "**simétrica a ela mesma**", ou seja, a coleção possui a mesma sequência de intervalos acima e abaixo de um eixo imaginário. Se este eixo passar por cima de uma altura-classe este será um "**eixo mediano**". Caso o eixo não passe por cima de nenhuma altura-classe mas sim no meio de duas alturas-classe adjacentes este eixo será um "**eixo intercalar**". Os eixos serão indicados na análise pelas alturas-classe por onde passam, referidas pelas letras-nome das notas e pelos números destas em formato da Teoria de Conjuntos, segundo a altura-classe escolhida como centro (zero). Cabe frisar aqui que a cada eixo corresponde um outro à distância de um trítono.

Se os eixos forem medianos e pelo menos um destes pertencer à coleção analisada, a coleção é marcada como "**com nota mediana**", sendo que esta nota tem a possibilidade de funcionar como um pivô de simetrias. No caso das coleções simétricas a elas mesmas, a transposição da inversão que gerou a invariância total é indicada como uma coleção "**relativa**". Caso a coleção não seja simétrica a ela mesma, ela é considerada "**assimétrica**" e o tipo T_n da coleção inversa (e também chamada por Costère como relativa) é indicado, junto com seu código Costère. A indicação da coleção inversa possui um link para a análise dela mesma.

Em seguida, calcula-se e indica-se a **coleção complementar** à analisada, ou seja, aquela coleção cuja soma com a coleção analisada equivale à totalidade dos doze sons cromáticos. A indicação da coleção complementar também possui um link para a análise dela mesma. O teste que se segue verifica a natureza desta coleção complementar. Se a coleção complementar for equivalente somente por transposição à coleção analisada, esta coleção é considerada "**reversível a ela mesma**". Se a coleção complementar for equivalente somente por inversão à coleção analisada, esta coleção é considerada "**reversível à sua inversão**". Se a coleção complementar for equivalente tanto por transposição como por inversão à coleção analisada, esta coleção é considerada "**reversível a ela mesma e à sua inversão**".

3.4.2. Investigação das relações de densidade.

Em seguida acontecem os testes avaliando as características de densidade da coleção analisada, o que envolverá agenciar praticamente toda a teoria contida no livro de 1954 de Costère.

3.4.2.1. Relações cardinais de densidade.

Primeiramente, avalia-se se a coleção é "**Cardinalmente Densa**" ou "**Cardinalmente Transitiva**". Caso o número de elementos da coleção seja menor ou igual ao número de elementos da sua coleção complementar, compara-se a soma das densidades dos elementos intrínsecos à coleção com a soma das densidades do mesmo número dos elementos mais densos extrínsecos a esta. Caso o número de elementos da coleção seja maior do que o da sua coleção complementar, compara-se a soma das densidades dos elementos extrínsecos com a soma do mesmo número dos elementos intrínsecos menos densos. Se a soma dos elementos intrínsecos à coleção analisada considerados for maior ou igual à soma dos elementos extrínsecos considerados, esta coleção é considerada "Densa". Caso contrário, ela é "Transitiva".

O próximo teste verifica a relação entre as densidades individuais dos sons constitutivos da coleção e de seus sons extrínsecos. As notas mais densas da tabela cardinal são consideradas pólos de atração cardinal e, se existir apenas um pólo e este for uma nota intrínseca (constitutiva), esta coleção é considerada "**com pólo cardinal tônico**". Se houver mais de uma nota constitutiva com este valor mais denso, esta coleção é considerada "com pólos cardinais tônicos" caso estes pólos sejam em número de dois e a coleção seja simétrica a ela mesma (pois nesse caso os pólos são sempre duplos). Caso estes pólos sejam em número de dois e a coleção for assimétrica ela é considerada "**com pólos cardinais politonais**". Se os pólos forem em número maior do que dois mas sem totalizar o número de notas constitutivas, a coleção também é considerada "com pólos cardinais politonais".

Se os pólos forem notas extrínsecas à coleção, esta é considerada "**com pólo cardinal extrínseco**", caso o número de pólos seja um, ou considerada "com pólos cardinais extrínsecos", se o número de pólos for igual a dois e a coleção for simétrica a ela mesma. Se houverem tanto pólos constituintes como extrínsecos à coleção, esta é considerada "**com pólo cardinal equilibrado**", caso o número de pólos constituintes seja um, ou considerada "com pólos cardinais equilibrados", caso o número de pólos constituintes seja dois e a coleção for simétrica a ela mesma.

Se a coleção possuir pólos extrínsecos e existir uma nota (ou duas no caso de uma coleção simétrica a ela mesma) dentre as constituintes cuja densidade se destaca das outras notas intrínsecas mas sem no entanto se igualar à densidade dos pólos extrínsecos, esta coleção é considerada "**com pólo cardinal cadencial**" ou "com pólos cardinais cadenciais" conforme a ocorrência de assimetria ou simetria, respectivamente. Para terminar, se todas as notas constituintes tiverem a mesma densidade, a coleção é considerada "**em equilíbrio cardinal**".

Em todos os casos, se existirem pólos estes são indicados tanto pela letra-nome de sua nota como pelo valor de sua altura-classe, segundo o zero escolhido.

3.4.2.2. Relações transposicionais de densidade.

A seguir, são realizados testes quanto à estabilidade transposicional da coleção analisada. Se a densidade da T_0 da coleção analisada for igual à maior densidade da tabela de suas densidades transposicionais, esta coleção é diagnosticada como "**Não-Transposicional**", ou seja, ela não tem tendência para gravitar em direção a uma transposição de si mesma. Se a maior densidade dentre as transposições não for a da T_0, esta coleção é considerada "**Transposicional**" e as transposições mais densas são indicadas.

3.4.2.3. Relações de conteúdo tonal e de densidade tonal.

Seguem-se testes sobre as características Tonais da coleção. Se dentre os sons intrínsecos à coleção não se encontrem tríades perfeitas ou ainda mesmo quintas justas, esta coleção é considerada "**Atonal**". Havendo possibilidades de formação de tríades perfeitas dentro da coleção analisada, esta é considerada "**Tonal**". Se não houverem tríades perfeitas dentro da coleção analisada mas existirem quintas justas, esta é considerada "**Neutra**".

Se a coleção for Tonal, possuir **componentes binários** (ou seja, quintas justas possíveis de serem mediadas tanto com terças maiores como menores) e a tríade intrínseca mais densa for um dos componentes de um par binário, a coleção será marcada "**Binária-M**", caso a tríade maior do par predomine, "**Binária-m**", se a menor predominar, ou "**Binária-Mm**", se a densidade das tríades do par binário for igual.

Após este teste e se a coleção for Tonal ou Neutra, avalia-se ainda a densidade das tríades constitutivas, no caso de uma coleção tonal, ou a densidade das tríades extrínsecas que incluirem as quintas justas dos componentes neutros, no caso de uma coleção Neutra. Se a tríade avaliada mais densa for maior, a coleção é marcada "**Maior**", se esta tríade for menor, a coleção é marcada "**menor**", e se não houver predomínio entre as tríades avaliadas, a coleção é marcada "**Maior-menor**".

Em seguida avalia-se a estabilidade Tonal da coleção. Aqui, as tríades perfeitas que possuirem o maior valor de densidade da tabela de densidades serão consideradas pólos tonais. Para os testes seguintes, consideraremos como pertencentes à coleção tanto as tríades perfeitas efetivamente intrínsecas, no caso de coleções Tonais, como as tríades perfeitas extrínsecas que incluirem as quintas justas dos componentes neutros intrínsecos, no caso de uma coleção Neutra. Se houverem apenas pólos tonais pertencentes à coleção analisada, esta será marcada "**Tonalmente Estável**". Se os pólos tonais forem somente não-pertencentes, a coleção é considerada "**Tonalmente Explosiva**" (versão minha do termo francês "*détonnante*" utilizado por Costère). Caso a coleção seja Explosiva e existir uma tríade não-pertencente (ou duas no caso de uma coleção simétrica a ela mesma) cuja densidade ultrapassa a de todas as outras, esta coleção será "**Tonalmente Explosiva Cadencial**" e esta tríade pólo configurar-se-á como o foco tonal das forças atrativas do sistema. No caso de existirem tanto pólos pertencentes como não-pertencentes, a coleção é diagnosticada como sendo "**Tonalmente Equilibrada**".

O próximo teste verifica, avaliando apenas as tríades perfeitas intrínsecas à coleção analisada (para uma coleção Tonal) ou as tríades perfeitas extrínsecas que contêm as quintas justas dos componentes neutros intrínsecos à coleção (para uma coleção Neutra), se existe uma (no caso de coleções assimétricas) ou duas (no caso de coleções simétricas a elas mesmas) dentre estas tríades cujas densidades se sobrepõem às demais avaliadas. Se tal for o caso, a coleção é chamada "**Tônica**" e estas tríades são indicadas pelo valor da altura-classe de sua fundamental, seguida de sua letra-nome e do indicativo da modalidade: "M" para maior, "m" para menor. Se existir mais de uma (no caso de coleções assimétricas) ou mais de duas (no caso de coleções simétricas a elas mesmas) dentre estas tríades cujas densidades ultrapassem as demais avaliadas, a coleção é considerada "**Não-Tônica**" e ela será ainda marcada "**neutra**", "**politonal com componente binário**" ou simplesmente "**politonal**", caso a coleção analisada seja Neutra, seja Tonal com algum componente binário, ou seja Tonal sem componentes binários, respectivamente.

3.4.3. Investigação das relações funcionais imitativas.

Os próximos testes verificam as **características modulantes** da coleção analisada, no sentido muito particular empregado por Costère. Explicando melhor este conceito, Costère coloca que caso existam várias tríades perfeitas (ou quintas justas) intrínsecas a uma coleção e caso forem iguais os padrões numéricos de notas intrínsecas existentes nos espaços entre a fundamental, terça, quinta e fundamental oitavada destas tríades (ou entre fundamental, quinta e fundamental oitavada de um componente neutro), um perfil melódico poderia ser imitado sobre cada uma destas sonoridades tonais (triádicas ou neutras), independentemente de suas densidades, assim efetivamente passando o tal perfil melódico por uma mudança de modo, enfim, por uma "**modulação**". Costère não usa aqui exatamente o termo "**imitação modal**" mas é basicamente esta a idéia que ele sugere para este tipo de propriedade. Os testes aqui verificam a configuração de notas intrínsecas entre cada nota das tríades ou quintas justas de uma coleção e, caso todas as configurações sejam iguais, a coleção é considerada "**integralmente imitativa-modal**". Se algumas destas configurações forem iguais mas outras não, a coleção é considerada "**parcialmente imitativa-modal**" e as entidades tonais ou neutras passíveis deste tipo de modulação entre si são indicadas entre colchetes pelo valor das alturas-classe de suas fundamentais, seguidas de suas letras-nome e dos indicativos de suas modalidades: "M" para maior, "m" para menor, "n" para neutra.

A última sessão de testes envolvendo as teorias de Costère verifica se existe um mesmo padrão numérico de notas intrínsecas nos espaços entre as notas de uma mesma tríade (ou quinta justa) intrínseca à coleção analisada. Isto possibilitaria o que Costère chama de "**imitação tonal**", ou seja, a imitação de um perfil melódico em outra região da coleção, mas sobre a mesma sonoridade tônica, desta maneira sem ocorrer mudança de modo, como na "imitação modal". Se todas as sonoridades triádicas ou neutras apresentarem tal propriedade, a coleção é marcada "**integralmente imitativa-tonal**". Caso apenas algumas sonoridades triádicas ou neutras apresentem esta propriedade, a coleção é "**parcialmente imitativa-tonal**". Após este diagnóstico (e se imitações tonais forem possíveis), as entidades tonais passíveis de imitação tonal são indicadas pelo valor das alturas-classe de suas fundamentais, seguidas de suas letras-nome e dos indicativos de suas modalidades: "M" para maior, "m" para menor, "n" para neutra. Continuando este processo, ainda é indicado o tipo de imitação tonal possível sobre cada uma das sonoridades localizadas, dentre cinco tipos: a) existência de um número igual de graus entre todas as notas da sonoridade tonal; b) existência de uma configuração igual de graus entre o par [fundamental-5ª-8ª] e [3ª-8ª-10ª]; c) existência de uma configuração igual de graus entre o par [fundamental-5ª-8ª] e [5ª-10ª-12ª]; d) existência de uma configuração igual de graus entre o par [fundamental-5ª] e [5ª-8ª]; e) existência de um número igual de graus entre o par [fundamental-3ª] e [3ª-8ª].

Forma Normal: {10 11 0 5}
F. Norm. da Inv: {0 1 2 7}
tipo Tn : (0 1 2 7)
tipo Tn da Inv: (0 1 2 7)
tipo Tn/TnI : [0 1 2 7]
Vetor Intervalar:

±1	±2	±3	±4	±5	±6
2	1	0	0	2	1

índice n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
invariância Tn :	4	2	1	0	0	2	2	2	0	0	1	2
invariância TnI :	1	0	0	2	2	2	0	0	1	2	4	2

De conteúdo intervalar limitado
De transposições ilimitadas
De inversões limitadas

Simétrica a ela mesma,
eixo mediano no 5 = F (e seu trítono)
com nota mediana
relativa = T10I

complementar de:
{1 2 3 4 6 7 8 9} , (43 41) + 6

Cardinalmente Densa (12 >= 6)
em equilíbrio cardinal

Não-Transposicional

Neutra Maior-menor
Tonalmente Estável
Tônica (5-FM , 10-Bbm)

integralmente imitativa-modal

Figura 4 —Análises e diagnósticos do tetracorde inicial da peça Op. 33a de Schoenberg.

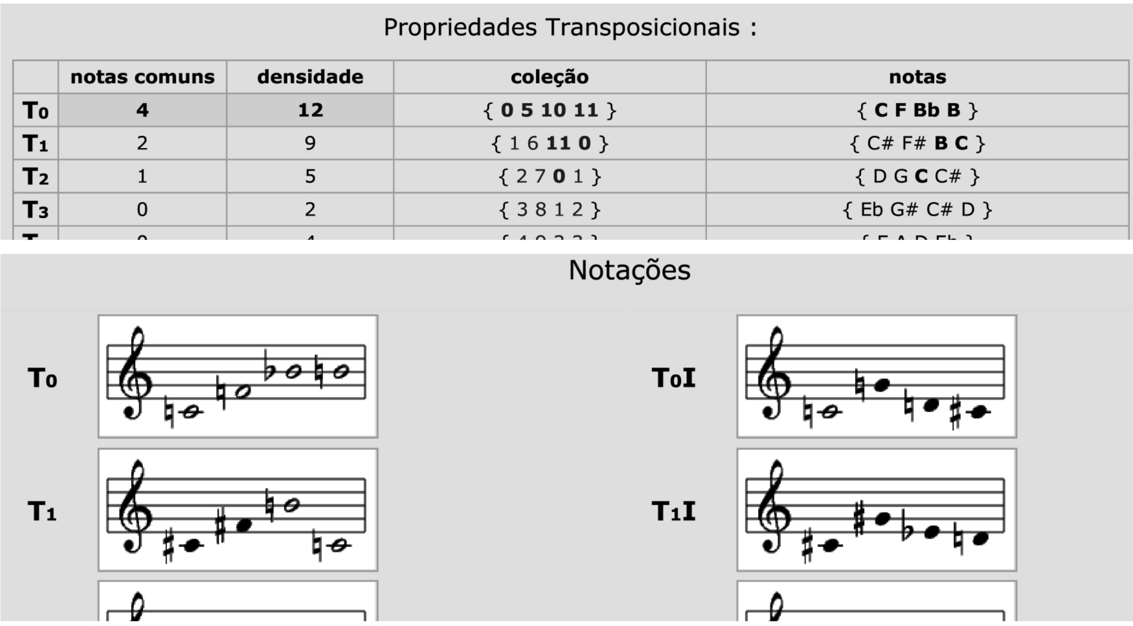
3.4.4. Conclusão dos diagnósticos segundo as teorias de Costère.

Após todos estes testes a coleção termina avaliada segundo todos os quesitos propostos por Costère em seu livro de 1954, com resultados praticamente idênticos aos grafados nas "Tableaux Analytiques des Échelonnements" presentes no final da mesma obra. Algumas esparsas divergências ocorrem devido a algumas ambigüidades de interpretação encontradas no próprio texto de Costère (envolvendo por exemplo o escopo da transferência de propriedades tonais às coleções neutras) e também devido ao fato de que foram intencionalmente eliminados testes visando localizar propriedades de imitação modal ou tonal envolvendo sonoridades como a tétrade de sétima de dominante e sua inversão, a tétrade meio-diminuta. Apesar do interesse de Costère nessas sonoridades, elas foram desconsideradas como entidades tonais (no sentido empregado por Costère) devido a seu caráter controverso, pois a sétima menor no nosso temperamento igual é muito distante do sétimo harmônico da série harmônica para que uma fusão tímbrica total ocorra, a meu ver.

3.5. As tabelas de resumo.

A página de HTML continua com um resumo das propriedades transposicionais da coleção analisada (ver fig. 5), mostrando a invariância e densidade de cada transposição e indicando, tanto em notação padrão da Teoria de Conjuntos como em letras-nome, as alturas-classe de cada transposição, com as notas comuns (invariadas) marcadas em negrito. Cada coleção transposta contém um link remetendo à sua própria análise. A isto segue um resumo das propriedades inversionais, nos mesmos moldes.

A interface HTML termina com a montagem, no mesmo sistema de mosaico de imagens PNG descrito anteriormente, de todas as notações musicais das transposições e inversões da coleção analisada, com as notas comuns (invariadas) marcadas com cabeças brancas e as demais, com cabeças pretas.


Propriedades Transposicionais :

	notas comuns	densidade	coleção	notas
T_0	**4**	**12**	{ **0 5 10 11** }	{ **C F Bb B** }
T_1	2	9	{ 1 6 **11 0** }	{ C# F# **B C** }
T_2	1	5	{ 2 7 **0** 1 }	{ D G **C** C# }
T_3	0	2	{ 3 8 1 2 }	{ Eb G# C# D }

Figura 5 —Fragmentos das seções de notações e de resumos das propriedades transposicionais da calculadora, analisando o tetracorde inicial da peça Op. 33a de Schoenberg.

3.6. Sobre o checkbox "*contra alvo*".

Voltando à questão do quadrado (checkbox) marcado "*contra alvo*" no formulário de entrada de dados (ver fig. 6), aquele controle possibilita a entrada de uma segunda coleção. Nesta variante, todas as relações transposicionais, inversionais, de invariância e de densidades transposicional e inversional são feitas em relação a uma segunda coleção, dita "alvo". Todas as demais informações e diagnósticos continuam a se referir à primeira coleção, dita "fonte". A serventia deste processo consiste principalmente em evidenciar as relações de invariância e de fluxos atrativos entre a T_0 da coleção fonte e todas as transposições e inversões da coleção alvo. Os resumos e notações também mostram a coleção "alvo", ainda marcada com negritos e notas de cabeça branca segundo a presença de relações de invariância com a T_0 da coleção "fonte".

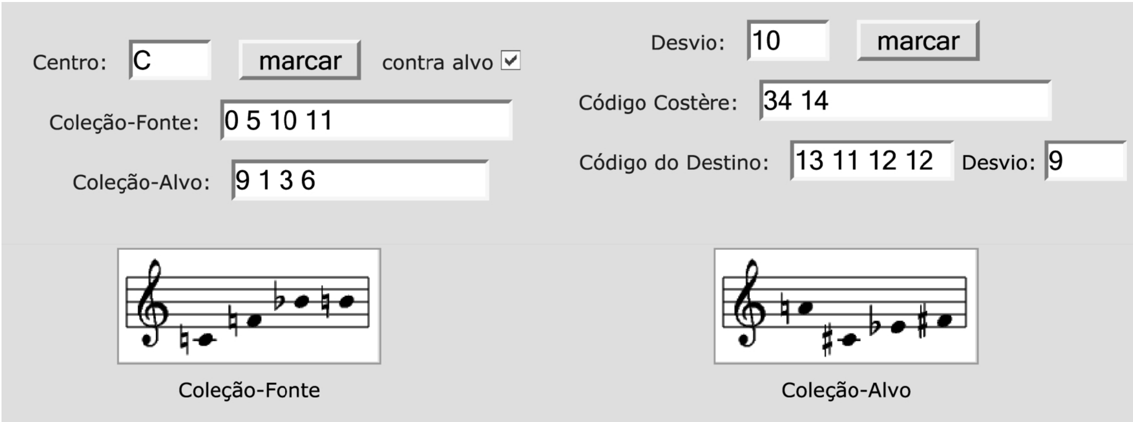


Figura 6 —Visão da área de entrada de dados, marcada " *contra alvo*" e tendo como fonte e alvo os dois tetracordes iniciais da peça Op. 33a de Schoenberg, respectivamente.

4. Considerações finais e prognósticos futuros.

Esta calculadora tem sido utilizada satisfatoriamente por mim tanto para fins composicionais, facilitando o estudo das propriedades combinatórias de coleções de alturas-classe, como para fins de auxílio à análise de repertório do século vinte nas disciplinas de análise musical que ministro. Além da velocidade de colheita dos dados analíticos, a razoável qualidade gráfica da calculadora permite a rápida fatura de material instrucional e de material de apoio à composição, tais como tabelas de propriedades, listagem em notação musical de todas as formas, transposições e inversões de séries (inclusive dodecafônicas) e tabelas de relações de invariância entre coleções por transposição e inversão.

Sobre ramificações futuras deste projeto, o código básico da calculadora pode ser facilmente adaptado para criar um software capaz de gerar, em qualidade excelente de impressão, um catálogo ou tesauro de todas as coleções de alturas-classe possíveis, em formato expandido ou semelhante ao da interface HTML aqui apresentada. Uma outra possibilidade interessante que vislumbrei para um aplicativo "irmão" a este apresentado seria a criação de uma espécie de "lista telefônica reversa", ou seja, uma ferramenta em que seria possível entrar as características analíticas desejadas e recobrar uma listagem das coleções capazes de atender àquelas propriedades.

5. Referências.

COSTÈRE, Edmond. *Lois et Styles des Harmonies Musicales*. Paris: Presses Universitaires de France, 1954.

COSTÈRE, Edmond. *Mort ou Transfigurations de l'Harmonie*. Paris: Presses Universitaires de France, 1962.

ELLARD, Brian. *Edmond Costère's Lois et Styles des Harmonies Musicales, an English translation and commentary*. Rochester: University of Rochester PHD thesis, Eastman School of Music, 1973.

FORTE, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press, 1973.

HANSON, Howard. *Harmonic Materials of Modern Music*. New York: Appleton, Century and Crofts, 1960.

HINDEMITH, Paul. *The Craft of Musical Composition*. New York: Associated Music Publishers, 1945.

LERDORF, Rasmus & TATROE, Kevin. *Programming PHP*. Califórnia: O'Reilly, 2002.

MESSIAEN, Olivier. *Technique de mon language musical*. Paris: Leduc, 1944.

MUSCIANO, Chuck & KENNEDY, Bill. *HTML and XHTML: the Definitive Guide*. Califórnia: O'Reilly, 2000.

OLIVEIRA, João Pedro Paiva. *Teoria Analítica da Música do Século XX*. Lisboa: Gulbenkian, 1998.

PERLE, George. *Serial Composition and Atonality*. Califórnia: University of California Press, 1968.

RAHN, John. *Basic Atonal Theory*. New York: Schirmer Books, 1980.

RAMIRES, Marisa. *A Teoria de Costère, uma perspectiva em análise musical*. São Paulo: Embraform, 2001.

SCHOENBERG, Arnold. *Klavierstück op. 33a*. Viena: Universal Edition, 1929.

SLONIMSKY, Nicolas. Thesaurus of Scales and Melodic Patterns. New York: Coleman-Ross Co., Inc., 1947.

STRAUS, Joseph Nathan. *Introduction to Post-Tonal Theory*. New Jersey; Prentice Hall, 1990.

VALE, Sydney. *A Defence of Edmond Costere*. Music & Letters, Oxford University Press, Oxford, Vol. 45, No. 3, pg. 311-312, Julho de 1964.

W., J. A. *Mort ou transfigurations de l'harmonie by Edmond Costere*. Music & Letters, Oxford University Press, Oxford, Vol. 44, No. 4, pg. 380-381, Outubro de 1963.

6. Link para a calculadora.

http://www.dtp.uem.br/musica/Costere