

Composição de um Tema Musical utilizando a abordagem do Lindenmayer System e da Geometria Fractal

Dirceu de F. P. Melo^{1*}

¹Departamento de Ciências Aplicadas IFBA - Campus Barbalho
Rua Emidio Santos, s/n – 40.301-015 Salvador, Ba

Abstract. *This paper describes the application of Lindenmayer System in the composition of a musical theme, according to the fractal structure of the Koch curve. For this we provide a brief theoretical discussion of fractals, L-System, and the LOGO turtle geometric approach. Finally, it demonstrated a geometric-algorithmic paradigm transposition for the musical one, and held a discussion about the musical choices and techniques used in the composition.*

Resumo. *Este trabalho descreve a aplicação do Lindenmayer System na composição de um tema musical, segundo a estrutura fractal da Curva de Koch. Para isso é realizada uma breve discussão teórica sobre fractais, Sistema -L, e a abordagem geométrica da tartaruga LOGO. Finalmente, é demonstrada uma transposição do paradigma algorítmico-geométrico para o musical, e realizada a discussão sobre as escolhas musicais e técnicas usadas na composição.*

1. O que são Fractais?

Fractais são conjuntos ou estruturas de forma extremamente fragmentada, e que preservam a mesma estrutura em todas as escalas. O termo *fractal* foi cunhado por Bernoid B. Mandelbrot, e tem raiz na palavra *fractus*, que significa quebrar, fragmentar. Um exemplo clássico de um conjunto fractal é a curva de Von Koch, que é formada da seguinte maneira: um segmento de reta, chamado de iniciador, é subdividido em três segmentos de igual tamanho, daí retira-se a parte central, e substitui por dois segmentos iguais, formando um triângulo equilátero. Repetindo as operações, sucessivamente, para cada segmento, obtém-se a curva de Koch no limite para o qual tende esta estrutura. A Figura 1 mostra a evolução da curva de Koch em quatro iterações.



Figure 1: Quatro iterações da Curva de Koch. Fonte: O autor

1.1. O Sistema L

No ano de 1968, Aristid Lindenmayer, um botânico alemão, elaborou um novo tipo de reescrita, denominado de *Lindenmayer System* (Sistema-L), ou *Sistema de Reescrita Paralela*. A reescrita é uma técnica utilizada para definir objetos complexos, e consiste na substituição sucessiva, de partes de um objeto inicial simples, usando um conjunto de regras de reescrita ou regras de produção [Lindemayer and Prusinkiewicz, 2004]. O Sistema-L é um tipo particular de Sistema Dinâmico Simbólico formado pelos seguintes elementos [Wright, 2013]:

*Supported by Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia

- Alfabeto: o alfabeto é um conjunto V finito de símbolos formais, geralmente caracteres como A, F, X, Y , etc.
- Axioma ou Iniciador: é uma cadeia W de caracteres formais de V . O conjunto formado por uma cadeias de caracteres, é também chamado de *palavra*, é denotado por V^* .
- O comprimento $|W|$ de uma palavra W é o número de símbolos da palavra. Também é possível o mapeamento de produções de a para uma palavra vazia, denotada por f , ou para o próprio a .
- Produções: uma produção ou regra de reescrita é um mapeamento de um símbolo $a \in V$ em uma palavra $W \in V^*$.

1.2. Sistema L na Abordagem Gráfica da Tartaruga

A interpretação da tartaruga é dada basicamente deste modo: um estado da tartaruga é definido pelo conjunto (x, y, α) , onde as coordenadas cartesianas (x, y) representam a posição da tartaruga, e o ângulo α , chamado de *heading*, é interpretado como a direção para qual a tartaruga está voltada. Dado o tamanho do passo d e o incremento angular δ , a tartaruga pode responder a comandos representados pelos símbolos da Tabela 1:

Table 1: Comandos para definir o estado da tartaruga

F	Dê um passo à frente de tamanho d . O estado da tartaruga muda para (x', y', δ) , onde $x' = x + d.\cos\delta$ e $y' = y + d.\sen\delta$.
f	Dê um passo à frente de tamanho d sem traçar uma linha.
-	Vire um ângulo δ à esquerda. O próximo estado da tartaruga é $(x, y, \alpha + \delta)$.
+	Vire um ângulo δ à direita. O próximo estado da tartaruga é $(x, y, \alpha - \delta)$.
[Empilha o estado atual da tartaruga.
]	Desempilha e torna atual a última informação empilhada.

2. Aplicação do Sistema-L na Composição Musical

Para realizar a composição do tema musical foi necessário pensar na tranposição do paradigma visual para o musical. Uma vez que a curva de Koch tem como iniciador ou axioma, um segmento de reta que, a medida que vai sendo iterado, vai imergindo no espaço, foi definido que, para o universo musical o tamanho do iniciador deve ser o tamanho de um compasso completo. Assim, uma linha da partitura assinalada por um tom musical, com duração de um compasso, equivale ao segmento iniciador. Utilizou-se um sistema onde cada 15^0 de deslocamento, corresponde a um salto de $1/2$ tom, assim em 12 semitons de uma oitava, na escala cromática, tem-se o deslocamento total de 180^0 . Nessa construção girar um ângulo $\delta = 60^0$ à esquerda, a partir de uma determinada posição, equivale a subir quatro semitons (ou dois tons), a partir de uma determinada nota. O ângulo de partida α , nesse caso é 0^0 e, a sua interpretação musical é a nota de partida n_0 =sol 3, escolhida a critério do compositor. As tabelas 2 e 3 mostram os comandos associados ao movimento da tartaruga na esfera gráfica e na esfera musical.

Table 2: Comandos para definir o estado da tartaruga na construção da curva de Koch

F	Dê um passo à frente de tamanho d
-	Vire um ângulo δ à esquerda
+	Vire um ângulo δ à direita

A curva de Koch utiliza a seguinte regra de reescrita:

Table 3: Comandos para definir a execução no Sistema Musical

T	Execute a nota n_i de duração d
-	Desça o Intervalo I.
+	Suba o Intervalo I

$$w : F$$

$$p : F \mapsto F - F + +F - F$$

$$\alpha = 0^0 \text{ e } \delta = 60^0$$

Fazendo a equivalencia com o sistema musical, a regra fica assim:

$$w : T$$

$$p : T \mapsto T + T - -T + T$$

$$n_0 = \text{sol3} \text{ e } I = 2\text{tons}$$

O tema é construído em três iterações pois, nessa composição, houve a escolha de se trabalhar com uma unidade mínima de semicilcheia. A Figura 2 mostra a evolução do iniciador até a terceira iteração, associando ao desenho da curva de Koch em da nível.



Figure 2: Evolução do tema musical relativo à curva de Koch em três iterações.
Fonte: O autor

3. Conclusão

A técnica de reescrita L-System proporcionou uma maneira de exprimir musicalmente as características de auto-similaridade da geometria fractal, que auxiliaram na construção do tema principal da música *Fractus de Koch*. Um aspecto muito importante da utilização dessa técnica portanto, é que a realização da composição depende fundamentalmente da interferência do compositor, pois existem vários fatores que dependem da escolha criativa. Por fim, com a utilização dessa técnica, abre-se a possibilidade da para composição de temas musicais a partir de outras estruturas fractais.

References

- Lindemayer, A. and Prusinkiewicz, P. (2004). *The Algorithmic Beauty of Plants*. Springer.
- Wright, D. J. (2013). Dynamical systems and fractals lecture notes. <http://www.math.okstate.edu/mathdept/dynamics/lecnotes/lecnotes.html>.

Fractus de Koch

$\bullet = 100$ Dirceu Melo

1 *ff* *mp* *mf*

4 *ff* *ff*

6 *mp* *mf* *ff*

8 *mp*

10 *ff*

Figure 3: Fractus de Koch pg.1

10

mf *mp*

11

mp *mf* *mp*

12

mf *mp*

13

mf *mp*

14

mf *mp*

15

mp *p* *rit.* *rit.* *p*

Detailed description of the musical score: The score is for a piece titled 'Fractus de Koch pg.2'. It consists of six systems of music, each with a piano (top) and bass (bottom) staff. Measure 10: The piano staff has a whole note chord (F4, A4, C5) and a whole note chord (Bb4, D5, F5). The bass staff has a continuous eighth-note accompaniment starting with a half note G3, marked *mf*. Measure 11: The piano staff has a melodic line with notes G4, A4, Bb4, C5, Bb4, A4, G4, F4, marked *mp*. The bass staff continues the eighth-note accompaniment, marked *mf*. Measure 12: The piano staff continues the melodic line with notes E4, D4, C4, Bb3, A3, G3, F3, marked *mf*. The bass staff continues the eighth-note accompaniment, marked *mp*. Measure 13: The piano staff continues the melodic line with notes E4, D4, C4, Bb3, A3, G3, F3, marked *mf*. The bass staff continues the eighth-note accompaniment, marked *mp*. Measure 14: The piano staff has a melodic line with notes E4, D4, C4, Bb3, A3, G3, F3, marked *mf*. The bass staff continues the eighth-note accompaniment, marked *mp*. Measure 15: The piano staff has a melodic line with notes G4, A4, Bb4, C5, Bb4, A4, G4, F4, marked *mp*. The bass staff has a melodic line with notes G3, A3, Bb3, C4, Bb3, A3, G3, F3, marked *p*. There are *rit.* markings above the piano staff and below the bass staff in the second and third measures of this system. The piece ends with a double bar line.

Figure 4: Fractus de Koch pg.2